MINUT 2026 (8), s. 206–223
ISSN 2719-3063

Marek ŻABKA

Katedra Matematyki, Politechnika Śląska, ul. Kaszubska 23, 44-100 Gliwice

10 lat platformy ForMath

Streszczenie. W artykule przedstawiono dane z działania interaktywnej platformy ForMath zwanej również 4Math. Służy ona pomocą w samodzielnym rozwiązywaniu zadań przez studentów Politechniki Śląskiej z interaktywną asystą platformy. W artykule podano dane statystyczne o użytkownikach platformy. Mamy informacje o wydziałach, czasie logowania, przeglądarkach oraz wybieranych zadaniach.
Słowa kluczowe: 4math, platforma do rozwiązywania zadań.

1. Wstęp

Od około 2006 roku Janina Macura zaczęła rozważać pomysł interaktywnej platformy wspomagającej samodzielną pracę studenta. Jednak wiele lat zajęło poszukiwanie współpracowników do jego realizacji. Około 2011 roku Ewa Łobos oraz Beata Sikora dołączyły do Janiny Macury i powstały szkice obrazujące działanie takiej platformy. Pomysł na techniczną realizację platformy pochodził od autora tego artykułu. Janina Macura zaprezentowała rozwiniętą w ten sposób ideę na konferencji w Porto w 2012r. [1]. Ostatecznie projekt został zrealizowany ze środków Unii Europejskiej, a do projektu dołączyli pozostali autorzy, szczegóły są dostępne na stronie platformy po użyciu przycisku „autorzy".

Zadania zostały zaprojektowane przez Agnieszkę Bier, Ewa Łobos, Janinę Macura oraz Beatę Sikorę. System został opracowany i przetestowany przez Marka Żabkę wraz z Januszem Słupikiem, a projekt logo wykonała Magdalena Sikora. Piotr Brzoza i Michał Maćkowski opracowali wybrane zadania dla wersji platformy przeznaczonej dla użytkowników korzystających z czytnika ekranowego, a zatrudnieni w projekcie studenci: Krzysztof Bartocha, Patryk Basta, Klaudia Lewandowska, Marek Stolecki oraz Renata Wojnicka tłumaczyli projekty zadań na język platformy.

Platforma została uruchomiona w 2013 roku. Na początku działała tylko w ramach projektu tzw. studiów zamawianych i uczestnicy byli rejestrowani przez prowadzących zajęcia. Po zakończeniu projektu, od roku akademickiego 2015/16 platforma ForMath stała się dostępna dla wszystkich studentów Politechniki Śląskiej. W tym celu dodano nowy moduł, pozwalający na samodzielną rejestrację, z którego pierwsi studenci skorzystali w listopadzie 2015r.

Platforma działa pod adresem: `https://4math.ms.polsl.pl`.

Autor korespondencyjny: M. Żabka (Marek.Zabka@polsl.pl).
Data wpłynięcia: 24.08.2026.

2. Działanie platformy

Opis działania oraz aspekty techniczne były przedstawione np. w [4]. Tu zaprezentujemy działanie z punktu widzenia studenta.

Logowanie

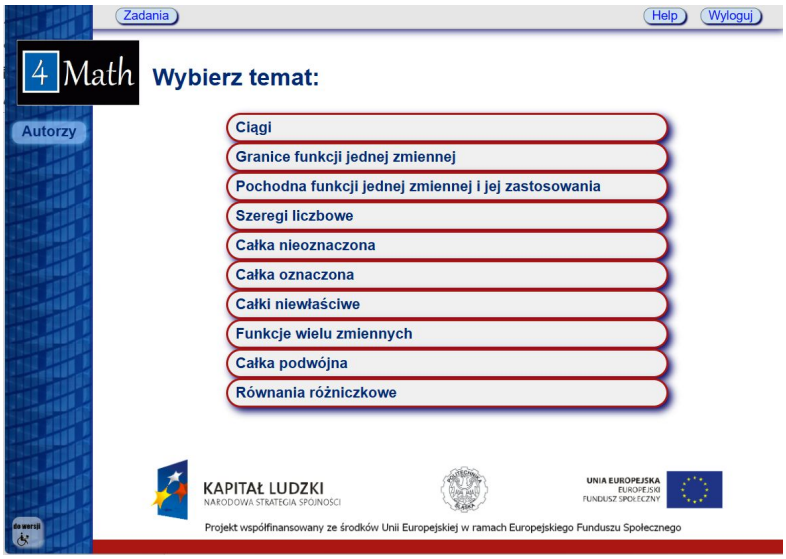
Przyszły użytkownik platformy musi przejść proces rejestracji. Polega on na wybraniu loginu, podania adresu e-mail w domenie Politechniki Śląskiej oraz podaniu dodatkowych danych statystycznych: wydziału i kierunku studiów. Ten pierwszy jest wyborem z aktualizowanej listy wydziałów, natomiast kierunek student musi wpisać sam. Na platformie konto mogą również zakładać pracownicy, dotychczas utworzono około 50 takich profili, jednak w większości nie były one wykorzystywane.

Następnie użytkownik wybiera pełną wersję platformy lub wersję dostosowaną do współpracy z czytnikiem ekranu. Niezależnie od początkowego wyboru, w trakcie korzystania z platformy możliwe jest przełączanie się między tymi wersjami. W procesie rejestracji należy również wykonać test CAPTCHA polegający na dodawaniu i odejmowaniu czterech podanych graficznie liczb. Po przesłaniu formularza użytkownik otrzymuje hasło na swój adres e-mail w domenie Politechniki Śląskiej.

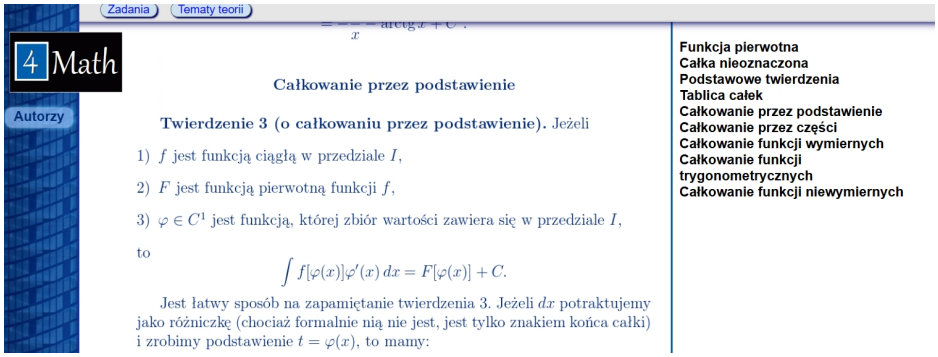
W przypadku dłuższego niekorzystania z konta system wymaga jego ponownej aktywacji i przesyła nowe hasło. Dodatkowo procedura ponownej aktywacji dla studentów przeprowadzana jest raz w roku. W konsekwencji studenci kończący studia automatycznie tracą dostęp do platformy. Pracownicy nigdy nie tracą konta na platformie. Po zalogowaniu użytkownik może wybrać, czy będzie rozwiązywał zadania, czy studiował teorię.

Teoria

Teoria została podzielona na 10 tematów, od ciągów do równań różniczkowych. Wybór tematu został pokazany na rys. 1. Po wyborze możemy przeglądać w sposób ciągły teorię działu lub przeskoczyć do podtematu, jak to pokazano na rys. 2.



Rysunek 1. Wybór tematu teorii

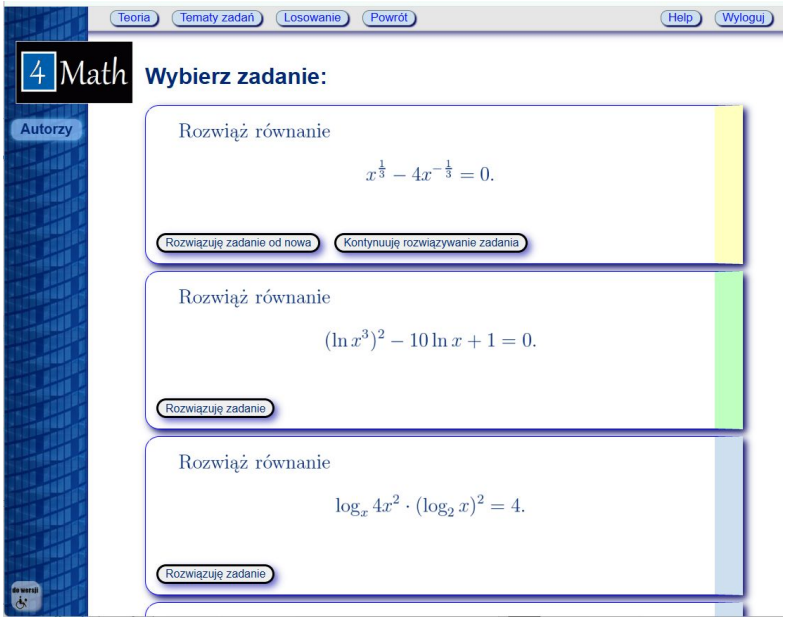


Rysunek 2. Wygląd ekranu teorii z menu po prawej stronie

Podczas rozwiązywania zadania można skorzystać z dostępu do wybranych fragmentów teorii. W tym celu na ekranie zadania może znajdować się przycisk „Teoria" lub jedna z opcji do wyboru będzie wskazywała na sprawdzenie wzorów lub twierdzeń. W niektórych przypadkach ten dostęp może być realizowany poprzez kliknięcie w podkreślony fragment tekstu. Przykładowo, podczas obliczania pochodnych może zostać udostępniony ekran zawierający podstawowe wzory.

Wybór zadań

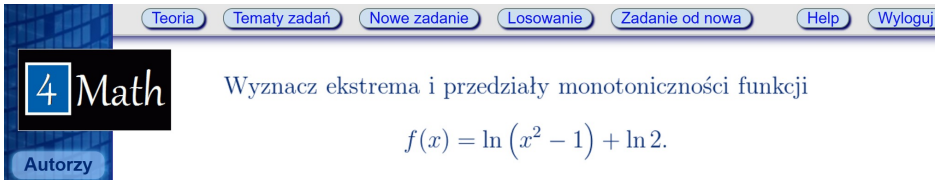
O samych zadaniach piszemy szerzej dalej, więc w tym miejscu przedstawimy zwięzły opis procesu wyboru zadania. Student wybiera temat, a potem konkretne zadanie w ramach tematu.



Rysunek 3. Panel wyboru zadania

Na rys. 3 możemy zobaczyć początek listy dostępnych do wyboru zadań. Kolorem żółtym oznaczano niedokończone zadanie, kolorem zielonym zadania zakończone, a kolorem niebieskim zadania nowe. Po zakończeniu rozwiązywania wybranego zadania można wrócić do wyboru innego zadania w tym samym

dziale lub wrócić do wyboru tematu. W dowolnym momencie można przejść do teorii, a następnie wrócić do ekranu zadania w tym samym miejscu, w którym doszło do wyjścia, nie tracąc ciągłości swojej pracy. Na rys. 4 widać możliwości w trakcie rozwiązywania zadania: teoria, tematy zadań – czyli powrót do wyboru tematu, wybranie innego zadania w tym samym dziale, losowanie zadania, rozpoczęcie zadania od nowa. Na prawo mamy możliwość wylogowania się lub ekranu pomocy technicznej.



Rysunek 4. Menu w trakcie rozwiązywania zadania

Jeżeli student wybierze inne zadanie, to właśnie rozwiązywane pozostaje w pamięci na koncie. Student może w dowolnym momencie kontynuować to zadanie od miejsca, w którym przerwał. Może np. spytać wykładowcę lub kolegów. Liczba rozpoczętych zadań nie jest niczym ograniczona. Student może również zrezygnować z dalszego rozwiązywania zadania i rozpocząć pracę nad nim od początku. Służy do tego przycisk „Rozwiązuję zadanie od nowa", umieszczony na kafelku niedokończonego zadania (rys. 3). Analogiczna możliwość jest dostępna również podczas rozwiązywania zadania poprzez opcję „Zadanie od nowa" znajdującą się w menu.

Rozwiązywanie zadania z platformą

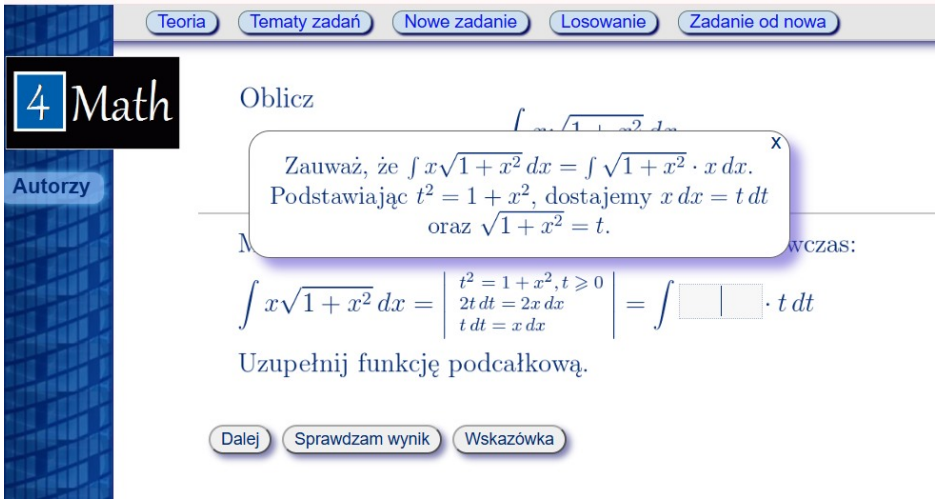
Rozwiązywanie zadania ma formę interaktywną. W zależności od działań studenta, otrzymuje on odpowiednią informację zwrotną, wyjaśnienie błędów lub wskazówki wyboru najlepszej metody. Czasem jest też wiele wariantów dojścia do prawidłowego rozwiązania, a wybór zależy od studenta.

Student wchodzi w interakcję z kolejnymi ekranami na wiele sposobów. Do dyspozycji ma pola przeznaczone do wpisywania liczb lub tekstu, wybór opcji, listy rozwijane, podkreślone fragmenty tekstu pełniące funkcję aktywnych odsyłaczy oraz różnego rodzaju przyciski. Sposób działania tych elementów zależy od autora konkretnego zadania, ponieważ zachowanie ekranów jest w pełni programowalne. Definiuje się je za pomocą dedykowanego mikrojęzyka, opisanego szczegółowo w niepublikowanej dokumentacji technicznej, dostępnej u autora lub kierownika projektu.

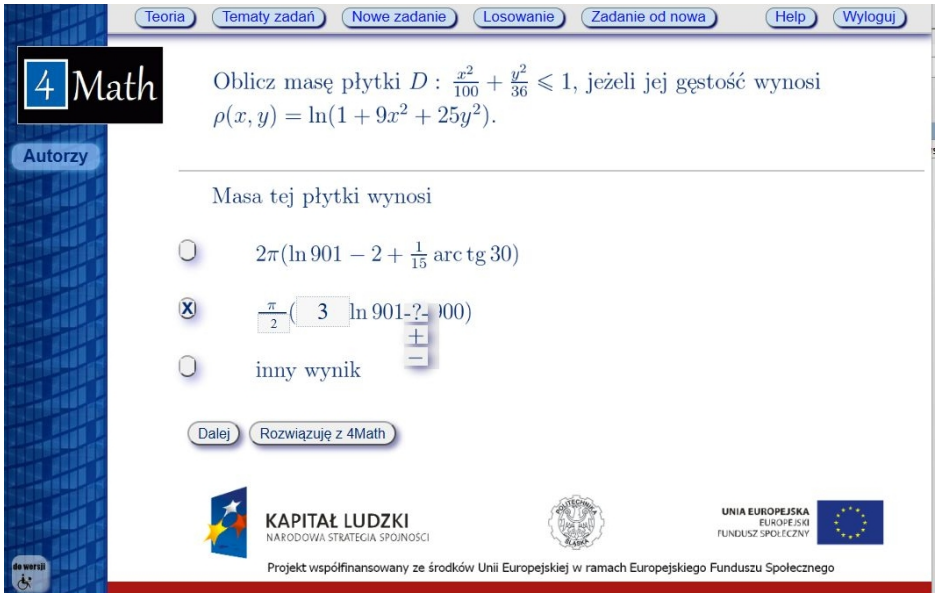
Praca nad zadaniem ma na ogół dwie ścieżki. Student może samodzielnie rozwiązać zadanie i sprawdzić swoje rozwiązanie, najczęściej wybierając odpowiedź z listy. Czasem autor zadania zadaje dodatkowe pytanie, ponieważ istnieje możliwość przypadkowego trafienia na dobrą odpowiedź przy złej metodzie rozwiązywania zadania.

Druga ścieżka to rozwiązywanie z asystą ForMatha. Wtedy zadanie jest podzielone na drobne kroki i student musi wykonać wskazane obliczenia. Po błędnych wyborach student otrzymuje wyjaśnienie przygotowane przez autora zadania, a opcje mogą się zmieniać lub stać się nieaktywne. Wyjaśnienia mogą zależeć od wcześniejszych interakcji studenta z platformą, w szczególności od błędów lub drogi dojścia do konkretnego ekranu.

Na ekranie przedstawionym na rys. 5 widoczna jest wskazówka wybrana przez studenta. Okno wskazówki można swobodnie przesuwać po ekranie oraz zamknąć. W treści całki znajduje się pole przeznaczone do wprowadzenia wzoru. Z kolei na ekranie pokazanym na rys. 6 widoczne są trzy opcje odpowiedzi, z których zaznaczona została opcja środkowa. Ponadto pokazano pole z wpisaną liczbą 3 oraz rozwiniętą listę wyboru znaku.



Rysunek 5. Przykładowy ekran w trakcie pracy nad zadaniem, ze wskazówką oraz miescem na wpisanie tekstu



Rysunek 6. Przykładowy ekran wyboru odpowiedzi z dostępnymi dodatkowymi opcjami

Cała Platforma jest zrealizowana jako aplikacja na stronie. Przycisk przeglądarki wstecz nie prowadzi do poprzedniej strony. Natomiast odświeżenie nie zmienia prawie nic, jedynie zwijają się listy wyboru, a wskazówki wracają na miejsce, które zajmowały na początku. Nie ma przeszkód, aby autor zadania zaplanował powroty przy pomocy odpowiednio zaprogramowanych przycisków.

Ten sam użytkownik nie może być jednocześnie zalogowany w dwóch różnych kartach lub oknach przeglądarki ani na różnych komputerach, ponieważ wszystkie jego działania są rejestrowane i kontrolowane przez aplikację działającą na serwerze.

Kilka uwag technicznych

Strona ForMath jest aplikacją AJAX, zrealizowaną w języku JavaScript. Zaplecze serwerowe jest napisane w PHP. Działanie serwera ogranicza się do operacji na bazie danych zrealizowanej w postaci bazy plikowej. Opisy zadań przechowywane są w plikach o formatach XML oraz JSON. Gdy student wybiera zadanie, odpowiedni plik JSON trafia do jego katalogu. Każdy kolejny krok modyfikuje ten plik zarówno lokalnie, jak i na serwerze.

Widoki są zrealizowane w postaci grafik. W okresie powstawania aplikacji istniała już wprawdzie biblioteka MathJax, ale nie pozwalała ona na realizację zakładanych funkcji, takich jak możliwość wpisania przez studenta wyników wprost do wyrażeń matematycznych. Źródła zadań są tłumaczone na dane do systemu programem fm napisanym w języku C++, który używa systemu LaTeX do przetworzenia treści stron do rysunków w formacie PNG.

3. Użytkownicy

Liczba użytkowników

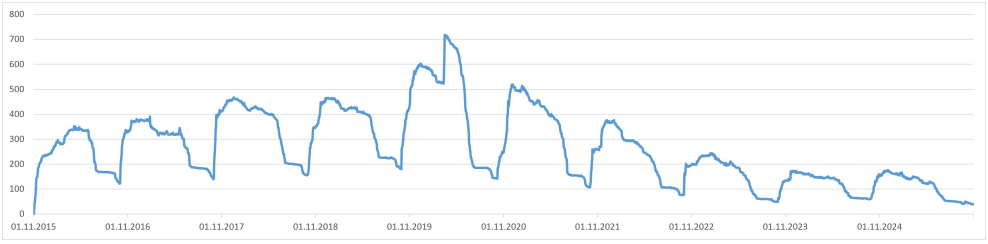
Samodzielne zapisywanie się studentów zostało wprowadzone w 2015 roku. Analiza używania ForMath dotyczy całych 10 lat akademickich od 2015/2016 do 2024/25.

W analizie zostały pominięte konta założone przez pracowników (około 50) oraz konta projektantów i administratorów. Warto odnotować, że jedynie nieliczni pracownicy zalogowali się więcej niż jeden raz.

W omawianym czasie konta skutecznie założyło 6594 studentów. Jednak część studentów nie logowała się zbyt często oraz nie oglądała zadań lub zrobiła tylko jedno zadanie. Z drugiej strony jest student, który zalogował się 219 razy, a inny – pracował nad 193 zadaniami (na 259, czyli 74,5% wszystkich). Kobiety założyły około 25,3% kont. Natomiast 22 konta zostały założone ze statusem niepełnosprawności.

Każdy użytkownik musi założyć konto, następnie loguje się oraz wylogowuje, lecz trudno zauważyć, kiedy ktoś kończy używanie. Może mieć dłuższe przerwy np. w czasie wakacji. Przyjęto więc, że użytkownikiem jest student między pierwszym logowaniem, a ostatnim zalogowaniem lub wylogowaniem.

W systemie automatyczne wylogowanie następuje dopiero w momencie podjęcia próby ponownego logowania. Pobieranie grafik do teorii oraz zadań nie jest rejestrowane bezpośrednio na koncie użytkownika, choć informacje te zapisują się w logach serwera. Ponieważ adres IP użytkownika czasem zmienia się w trakcie sesji lub pod tym samym adresem kryje się więcej niż jedna osoba, precyzyjne zidentyfikowanie aktywności konkretnego użytkownika platformy jest bardzo trudne.[1] W konsekwencji uniemożliwia to dokładną analizę czasu trwania pojedynczej sesji.



Rysunek 7. Liczba użytkowników platformy w kolejnych dniach omawianego okresu

[1] Zmienność lub współdzielenie adresów IP wynika ze stosowania wspólnej bramy sieciowej, dynamicznego przydzielania adresów przez dostawców internetu lub celowego maskowania tożsamości.

Na rys. 7 pokazano, ilu w każdym dniu było użytkowników, właśnie przy założeniu, że data mieści się między pierwszym zalogowaniem a ostatnim zalogowaniem lub wylogowaniem. Archiwizacja danych nastąpiła pod koniec roku 2025, więc niewielka liczba kont nie została prawidłowo przetworzona.

Można zauważyć nietypowy skok liczby i osiągnięcie rekordu około 700 użytkowników w początku pandemii koronawirusa. W ostatnich latach liczba użytkowników maleje. Przyczyny tego zjawiska mogą być różne. Jedną z nich może być potrzeba modernizacji interfejsu użytkownika oraz poprawy wydajności platformy Ponadto na początku istniał link na stronie Politechniki Śląskiej, zaraz obok dostępu do Platformy Zdalnej Edukacji. Po odnowieniu wyglądu serwisu Politechniki, link został pominięty, a również na stronie wydziału Matematyki Stosowanej[2] stał się mniej widoczny.

Tabela 1. Podział użytkowników według wydziałów

Wydział	**Liczba kont**	**Udział**
Automatyki Elektroniki i Informatyki	4043	61,3%
Organizacji i Zarządzania	436	6,6%
Transportu	434	6,6%
Inżynierii Materiałowej i Metalurgii	284	4,3%
Mechaniczny Technologiczny	278	4,2%
Matematyki Stosowanej	269	4,1%
Budownictwa	244	3,7%
Inżynierii Środowiska i Energetyki	158	2,4%
Elektryczny	131	2,0%
Inżynierii Biomedycznej	98	1,5%
Górnictwa i Geologii	88	1,3%
Chemiczny	72	1,1%
Architektury	45	0,7%
Instytut Fizyki	14	0,2%

Przy zakładaniu konta, należy wybrać swój wydział oraz wpisać kierunek studiów. W tabeli 1. możemy zobaczyć, że ponad połowa kont została założona przez studentów Wydziału AEiI. Wynika to z tego, że autorzy zadań pracują na tym Wydziale i proponowali zakładanie kont. Najmniej kont założyli studenci z małego samodzielnego Instytutu Fizyki, tylko 14. Następnie idąc od dołu mamy Wydział Architektury (45), Wydział Chemiczny (72) oraz Górniczy (88). Na tych wydziałach nie było żadnej promocji platformy.

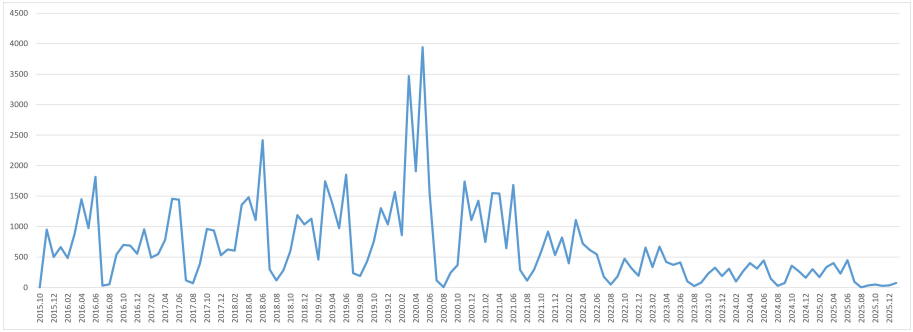
Nie pokazaliśmy rozkładu kierunków, studenci wpisywali ten sam kierunek na różne sposoby. Ciekawostką jest tylko jedna studentka studiująca na dwóch wydziałach, która założyła nowe konto po zmianie wydziału. Od czasu wdrożenia RODO konto można skasować, a potem założyć nowe. Wcześniej nie było to możliwe.

Liczba logowań

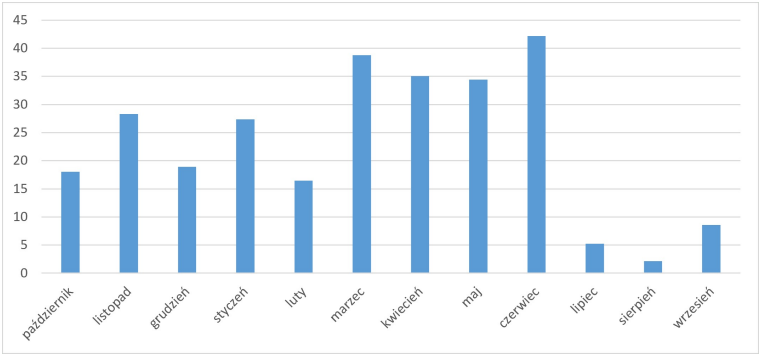
Oczywiście interesująca jest również liczba logowań dziennie. W całym okresie było 83216 logowań. Ich rozkład jest uwidoczniony na rys. 8. Zsumowano na tym wykresie logowania w każdym miesiącu. Tu również widoczny jest duży skok pandemiczny oraz spadek w ostatnich latach.

W celu zobrazowania przebiegu logowania w trakcie roku akademickiego, średnie liczby logowań na dzień w kolejnych miesiącach zostały umieszczone na rys. 9. Tu jeszcze lepiej widać maksima aktywności w okresie marca do czerwca oraz bardzo małą, choć niezerową, liczbę logowań w ciągu wakacji.

[2]Projekt ForMath był zrealizowany na tym Wydziale.



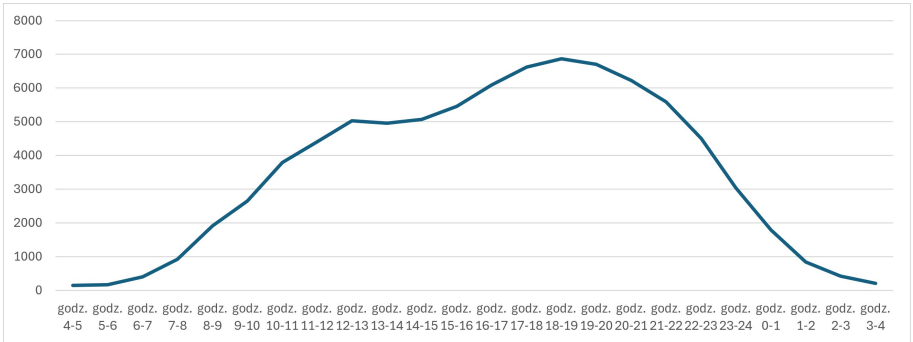
Rysunek 8. Liczba logowań w kolejnych miesiącach analizowanego okresu 10 lat



Rysunek 9. Średnia dzienna liczba logowań w kolejnych miesiącach

Na kolejnym wykresie, przedstawionym na rys. 10, zaprezentowano dobowy rozkład godzin używania platformy. Przedstawione wartości stanowią sumy liczby logowań w całym okresie 10 lat, przypadających na poszczególne godziny.

Należy jednak zauważyć, że wykres uwzględnia jedynie moment rozpoczęcia sesji. Ponieważ niejednokrotnie jedna sesja trwa dłużej niż godzinę, rzeczywista aktywność użytkowników jest częściowo przesunięta względem przedstawionych danych. Najmniej logowań było nad ranem w godzinach 4:00–5:00, natomiast maksimum w godzinach 18:00–19:00, liczba logowań była 45 razy większa.



Rysunek 10. Liczby logowań w różnych porach dnia

4. Wykorzystywane rozdzielczości ekranu

W tej sekcji analizujemy rozdzielczości ekranów urządzeń wykorzystywanych w trakcie pracy z platformą ForMath. Przedmiotem analizy było ponad 83 tysiące logowań do platformy. W trakcie logowania, za pomocą mechanizmów JavaScript, odczytywano wartości właściwości `screen.width` oraz `screen.height`. Były one następnie zapisywane w logach serwera w celu dostosowania ewentualnych poprawek platformy do używanych przez studentów rozdzielczości[3].

Rozdzielczości podzieliliśmy na pięć grup, opierając ten podział na typowych parametrach sprzętu oraz liczbie odnotowanych logowań. Wszystkich zanotowanych różnych wartości było ponad pięć tysięcy, więc bez tego podziału nie można wysunąć sensownych wniosków.

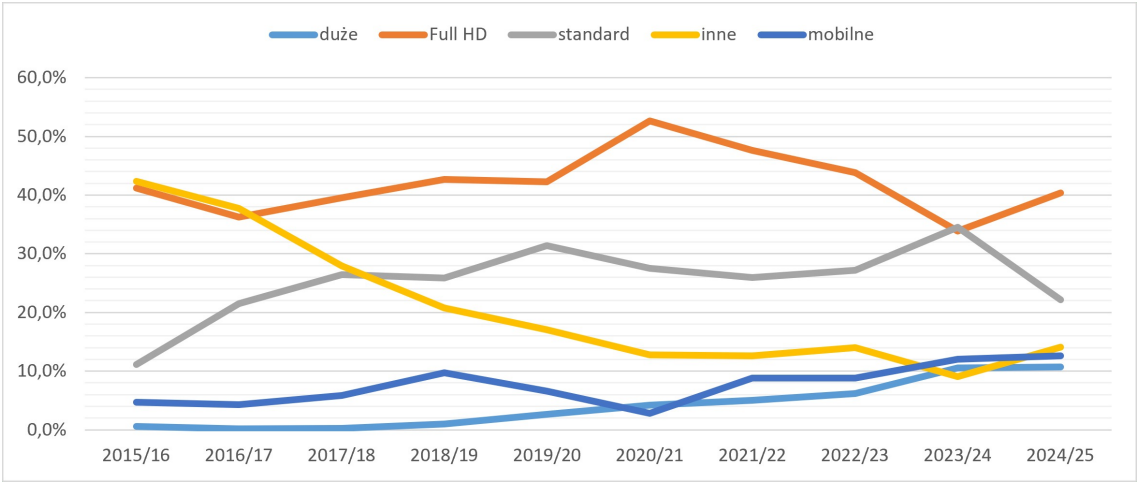
1) Grupa pierwsza obejmuje duże rozdzielczości, wyższe niż Full HD. Stanowiły one razem 2,79% wszystkich logowań. Na wykresie prezentowanym na rys. 11 zapisujemy je jako *duże*.

2) Grupa druga (najbardziej obszerna) zrzesza rozdzielczość Full HD oraz formaty pokrewne. W tej grupie odnotowano 42,88% przypadków. Określamy je jako *Full HD*.

3) Grupa trzecia to rozdzielczości nieco mniejsze lub równe 1536×864 pikseli. Są to najczęściej laptopy o mniejszych przekątnych ekranu, które sprzętowo oferują matrycę Full HD, lecz systemowo są przeskalowane o 125%. Na wykresie będziemy je określać jako *standardowe*. Obejmowały one 25,66% logowań.

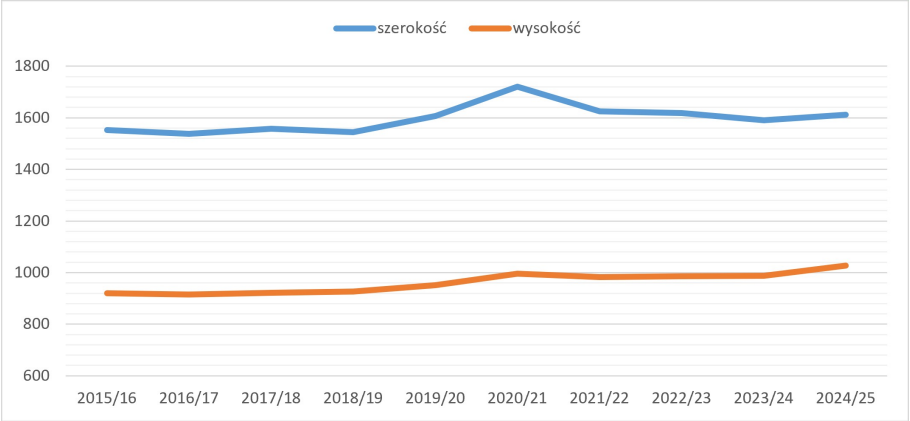
4) Grupa czwarta zawiera pozostałe rozdzielczości o szerokości mniejszej niż 1400 pikseli i wysokości mniejszej niż 800 pikseli, z wyłączeniem smartfonów. Przypisano do niej 22,01% danych. Nazwaliśmy je *inne*.

5) Grupa piąta to smartfony zgłaszające rozmiary logiczne, w których żaden z wymiarów nie przekracza 1000 pikseli. Stanowiły one 6,66% wszystkich logowań. Na wykresie są opisane jako *mobilne*.



Rysunek 11. Struktura wykorzystania ekranów z uwzględnieniem podziału na grupy rozdzielczości

[3]Niektóre współczesne przeglądarki dbają o prywatność i utrudniają tworzenie unikalnych odcisków palca [3], więc nie podają prawidłowych wartości.



Rysunek 12. Średnia szerokość oraz wysokość ekranu użytkowników w kolejnych latach akademickich

Sama platforma, mimo że może być używana na każdym urządzeniu, nie była zoptymalizowana pod kątem smartfonów.

Przez lata używania systemu zmieniały się narzędzia używane przez studentów. Na wykresie 11 można zauważyć stopniowy wzrost udziału urządzeń dużych oraz mobilnych. Największy spadek odnotowała kategoria inne, czyli mniejsze laptopy lub ekrany o mniejszej rozdzielczości. Aby lepiej zobrazować rozwój urządzeń, wyliczono średnie szerokości i wysokości ekranów w kolejnych latach akademickich (wyniki przedstawiono na rys. 12). Intrygujący jest skok szerokości w roku 2019/20, wtedy też najpopularniejszy był standard Full HD. Później na spadek szerokości wpłynęło użycie smartfonów w pozycji pionowej.

W logach serwera można odnaleźć informacje o używanych przez studentów przeglądarkach internetowych. Niestety, duża różnorodność nagłówków (różnych było ponad 5 tys.) utrudnia analizę, ponadto często aplikacje podają fałszywe lub nieprecyzyjne informacje, z podobnych powodów wskazanych w poprzednim przypisie. W ostatnim czasie ze względu na prywatność wiele przeglądarek blokuje całkowicie takie informacje. Analiza statystyczna staje się praktycznie niemożliwa.

5. Zadania

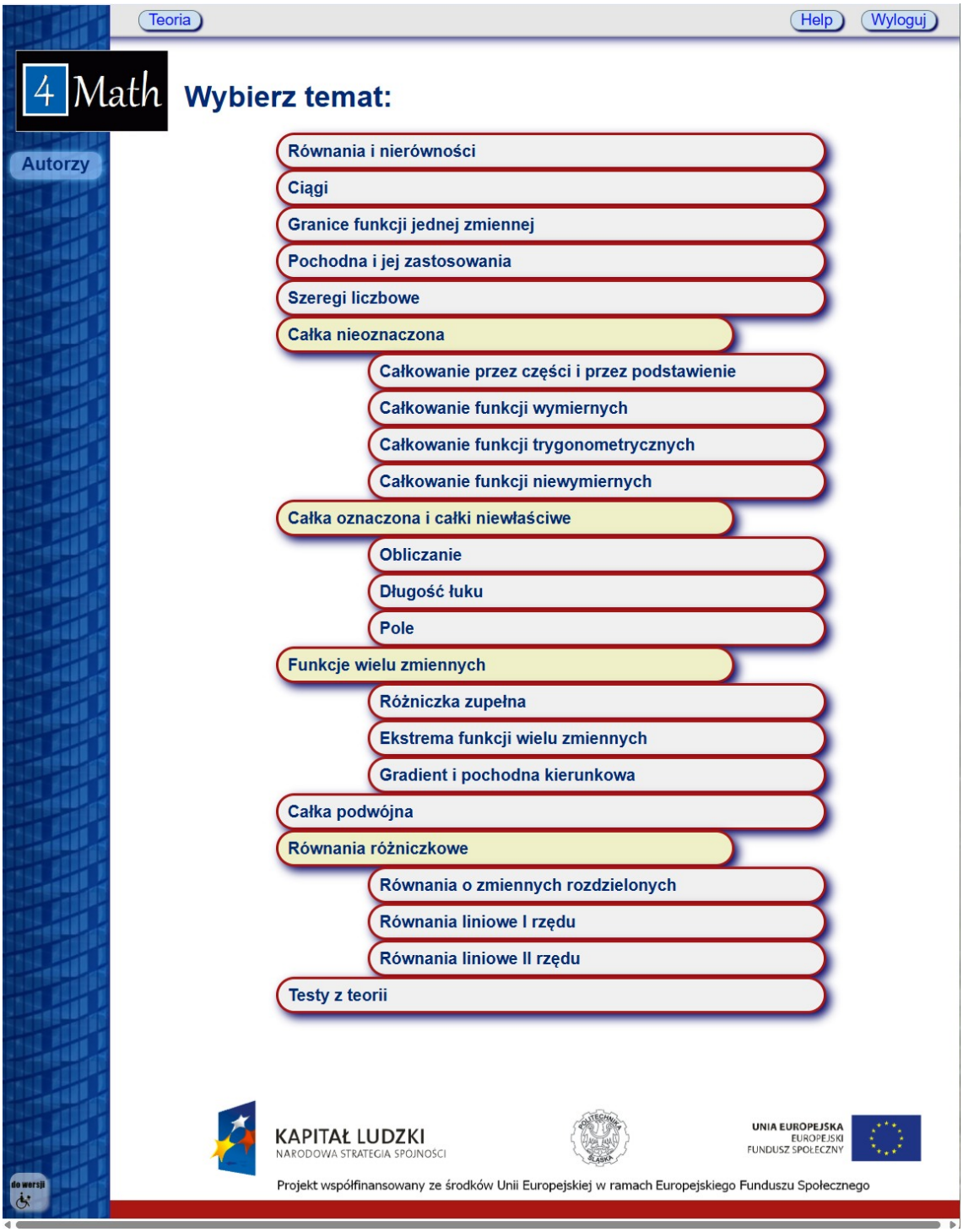
Statystyki zadań

Na platformie umieszczono 259 zadań, podzielonych na 11 tematów. Cztery z nich zostało podzielone na podtematy, co daje łącznie 20 działów. Dwa tematy: równania i nierówności oraz testy z teorii, dodano w latach 2015–2016, czyli na początku omawianego okresu[4], pozostałe były dostępne od początku funkcjonowania platformy. Warto zauważyć, że testy nie zawierają klasycznych zadań, a jedynie pytania obsługiwane tym samym programem co zadania.

Podział zadań na tematy i podtematy wraz z liczbą zadań przypisanych do poszczególnych działów przedstawiono w tab. 2. Rysunek 13 prezentuje ekran wyboru tematu lub podtematu.

Wśród studentów zarejestrowanych, jak wspomniano wcześniej, niektórzy tylko się zalogowali, może spojrzeli na wybór tematów lub tylko oglądali teorię. Tylko 5260 z 6594 zarejestrowanych użytkowników (79,8%) zajmowało się przynajmniej jednym zadaniem, w dalszym ciągu odnosimy się do tej liczby.

[4] trudno ocenić wpływ na podawane dalej statystyki, równania i nierówności były średnio popularne, a testy z teorii były na ósmym miejscu wśród tematów.



Rysunek 13. Ekran wyboru tematów zadań.

Tabela 2. Liczby zadań w tematach z podziałem na podtematy

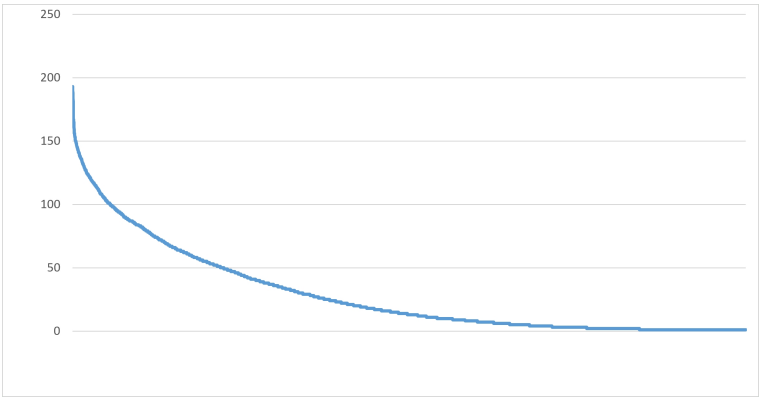
Temat	**Liczba zadań**
Równania i nierówności	10
Ciągi	10
Granice funkcji jednej zmiennej	10
Pochodna i jej zastosowania	20
Szeregi liczbowe	10
Całka nieoznaczona	52
Całkowanie przez części i przez podstawienie . . 22	
Całkowanie funkcji wymiernych 10	
Całkowanie funkcji trygonometrycznych 10	
Całkowanie funkcji niewymiernych 10	
Całka oznaczona i całki niewłaściwe	40
Obliczanie 20	
Długość łuku 10	
Pole 10	
Funkcje wielu zmiennych	31
Różniczka zupełna 11	
Ekstremalne funkcje wielu zmiennych 10	
Gradient i pochodna kierunkowa 10	
Całka podwójna	20
Równania różniczkowe	50
Równania o zmiennych rozdzielonych 10	
Równania liniowe I rzędu 10	
Równania liniowe II rzędu 30	
Testy z teorii	6

W tabeli 3 ujęto liczby studentów, którzy rozwiązywali określoną liczbę zadań. Zauważmy, że prawie połowa użytkowników zrobiła mniej niż 13 zadań, a tylko nieliczni przekroczyli liczbę 129 zadań. W każdym temacie wybór zadań nie był całkiem przypadkowy. Aby to sprawdzić, zbadano, czy wybór trzech tematów od góry jest istotnie częstszy niż ostatnich trzech. Pierwsze trzy zadania w każdym dziale wybierało średnio 935 studentów, a ostatnie trzy 429 studentów. Oznacza to, że zadania znajdujące się na początku listy były wybierane ponad dwukrotnie częściej niż zadania znajdujące się na jej końcu.

Tabela 3. Rozkład liczby studentów w zależności od liczby rozwiązywanych zadań

Liczba zadań	**Udział**	**Liczba studentów**	**Udział**
mniej niż 13	0%–5%	2564	48,7%
13–25	5%-10%	733	13,9%
26–64	10%–25%	1147	21,8%
65–129	25%–50%	726	13,8%
więcej niż 129	50%–100%	90	1,7%

Zobaczmy jeszcze, jakie zadania były najbardziej popularne, a jakie najmniej. Na wykresie pokazanym na rys. 14. widać, że zainteresowanie poszczególnymi zadaniami było bardzo zróżnicowane. Najpopularniejsze zadanie wybierano ponad stukrotnie częściej niż najmniej popularne. W tabeli 4 pokazano treści czterech najpopularniejszych zadań.



Rysunek 14. Liczba studentów robiących zadania według popularności zadań

Tabela 4. Najczęściej wybierane zadania

Zadanie	Liczba studentów, którzy wybrali to zadanie
Oblicz $\int xe^{x^2}dx.$	2186
Oblicz $\int e^{-\sqrt{x}}dx.$	1905
Oblicz granicę ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{5\cdot 2^n + 3^{2n+2}}{(-4)^{n+3} + 9^{n-1}}.$	1820
Oblicz granicę $\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 8}.$	1777

Z kolei w tabeli 5 zestawiono najrzadziej wybierane zadania. Dotyczyły one całek podwójnych oraz liniowych równań różniczkowych. Dopiero na dziewiątym miejscu od końca uplasowało się zadanie sprawdzające zbieżność szeregów, na którego rozwiązanie zdecydowało się jedynie 41 studentów.

Tabela 5. Najrzadziej wybierane zadania

Zadanie	Liczba studentów, którzy wybrali to zadanie
Oblicz masę płytki $D: 2y \leqslant x^2+y^2 \leqslant 8y$, jeżeli jej gęstość wynosi $\rho(x,y)=\lvert x\rvert$.	24
Rozwiąż zagadnienie brzegowe $$y''-2y'+2y=e^x \operatorname{tg} x,\ y(0)=0,\ y(\pi)=e^\pi$$ metodą uzmienniania stałych.	22
Oblicz masę płytki $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\leqslant 1 \wedge y>\lvert x\rvert\sqrt{3}\}$, jeżeli jej gęstość wynosi $\rho(x,y)=\frac{y}{1+x^2+y^2}$.	19

Tematy zadań

Przeanalizujemy teraz popularność tematów. Intuicyjnie można oczekiwać, że liczba zadań w każdym z tematów będzie wpływała na ich popularność. W tabeli 6 zapisano tematy posortowane według kolejności, od wybieranych najczęściej. Można zauważyć, że jeden z tematów mających około 50 zadań jest rzeczywiście wybierany największą liczbę razy, lecz drugi temat o zbliżonej liczbie zadań jest dopiero na 8 miejscu.

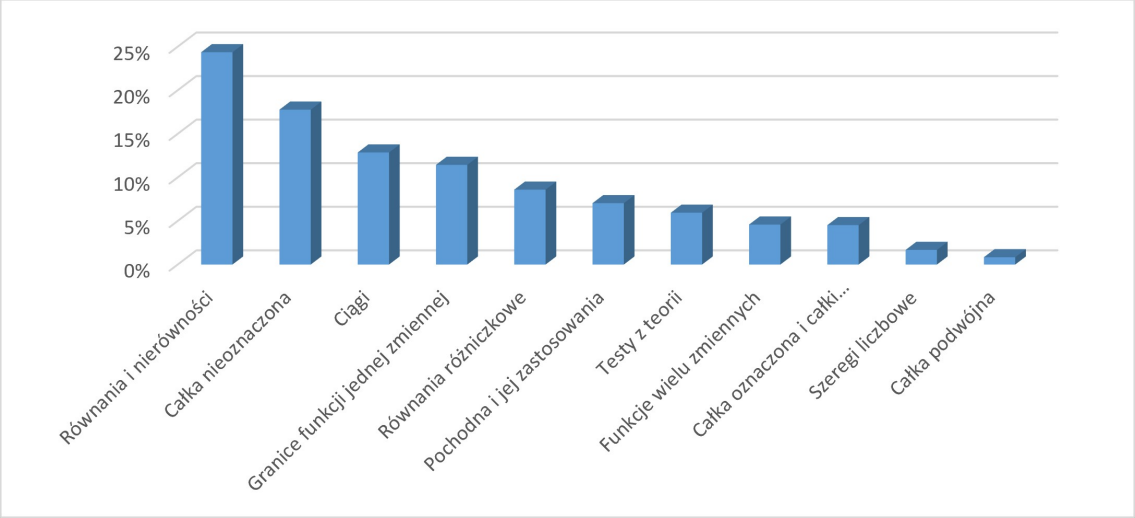
W tabeli 7 podano liczby studentów, którzy wybierali zadania z określonej liczby tematów. Warto zauważyć, że jedynie 13 studentów wybrało zadania z każdego. W przypadku studentów ograniczających się do jednego tematu najczęściej wybierane były równania i nierówności, a najrzadziej całki podwójne. Szczegółowy rozkład przedstawiono na rys. 15.

Tabela 6. Popularność tematów zadań

Lp.	**Temat**	**Liczba studentów**	**Procentowo**	**Liczba zadań w temacie**
1	Całka nieoznaczona	2851	54%	52
2	Całka oznaczona i całki niewłaściwe	2125	40%	40
3	Granice funkcji jednej zmiennej	2087	40%	10
4	Ciągi	2072	39%	10
5	Funkcje wielu zmiennych	1811	34%	31
6	Równania i nierówności	1660	32%	10
7	Pochodna i jej zastosowania	1655	31%	20
8	Równania różniczkowe	1410	27%	50
9	Testy z teorii	1190	23%	6
10	Całka podwójna	742	14%	20
11	Szeregi liczbowe	334	6%	10

Tabela 7. Liczba studentów według liczby wybranych tematów

Liczba tematów	Liczba studentów	Udział
1	1547	29,4%
2	912	17,3%
3	662	12,6%
4	602	11,4%
5	475	9,0%
6	339	6,4%
7	312	5,9%
8	206	3,9%
9	132	2,5%
10	60	1,1%
11	13	0,2%



Rysunek 15. Procentowy udział poszczególnych tematów wśród studentów wybierających tylko jeden temat

Ocena zadań

Wiosną 2017 roku studenci uzyskali możliwość oceniania poszczególnych zadań i tematów, a także dodawanie komentarzy. Po zakończeniu rozwiązywania zadania, pojawia się przycisk „Oceń zadanie". Dodatkowo po 3 zrobionych zadaniach w podtemacie, zostaje wygenerowany przycisk „Oceń dział".

Od momentu wdrożenia modułu oceniania zadań studenci mieli możliwość wystawienia ponad 95 tysięcy ocen. Ocena zadania była całkowicie dobrowolna i nie wprowadzono żadnego mechanizmu zachęcającego lub zobowiązującego studentów do jej wystawienia. Ostatecznie zarejestrowano jedynie 5668 ocen (6% możliwej liczby), a wiele z nich było niekompletnych. Z tego względu nie jest możliwe przeprowadzenie miarodajnej analizy statystycznej.

Podobnie wystawiono jedynie 174 oceny działów (średnio 7,25 na dział), co również nie daje możliwości analizy statystycznej.

Oprócz ocen wystawianych za pomocą dostępnej skali studenci mogli także zamieszczać komentarze dotyczące zadań i tematów. Łącznie zarejestrowano 55 komentarzy odnoszących się do zadań. Poniżej przedstawiono dwanaście wybranych komentarzy, jeżeli było to możliwe w oryginalnej pisowni.

1) Jak wpisać pierwiastek z klawiatury? [5]

2) Instrukcje są niejasne i mgliste. Powinny być bardziej zrozumiałe do tego stopnia żeby dziecko było w stanie je pojąć.

3) Auto korekta poprawia automatycznie odpowiedzi na wielkie litery przez co czasami wychodzą błędne odpowiedzi.

4) Musiałem wyszukać liczbe e bo nie wiedziałem czym jest Ln (nie bylo tego w szkole średniej).

5) Czym jest e? nie był to logarytm dziesiętny?

6) Nie rozumiem sposobu rozwiązania tego zadania.

7) Potrzebowałem tylko pierwszego kroku ponieważ nie rozpatrzyłem przypadku gdy x jest ujemny.

8) Nie rozumiem nadal dlaczego wykluczamy dziedzinę od -2 do 0.

9) Wskazówki są bardzo klarowne, podoba mi się, że można zajrzeć do teorii podczas rozwiązywania.

10) Niektóre łatwe przejścia są rozpisane na 2-3 kroki a ważne trudne przekształcenia praktycznie pominięte.

11) Zadanie na platformie zostało rozwiązane w sposób niepoprawny. Pochodna z ln(2x)=2/x, na platformie natomiast jest to wyliczone jako 1/x. [6]

12) Przy podstawieniu $\sqrt{\ldots} = t + x$ też chyba da się otrzymać funkcję podcałkową - wyjdzie $\int \frac{dt}{-1-t}$, a po scałkowaniu $-\ln\left|1+\sqrt{x^2-2x+3}\right| + c$. Pochodna się zgadza, więc chyba jest dobrze.[7]

Oto wybrane ciekawsze komentarze do działów:

1) Więcej zadań z nierówności z logarytmami.

2) Fajnym uzupełnieniem byłoby twierdzenie Stolza (...).

3) Brakuje zadań typu pod jakim kątem przecinają się krzywe.

4) Zadania polegają tylko na zauważeniu trudnych przekształceń, mało prostych zadań, mało zadań z uniwersalnym podstawieniem[8]

5) Brak uwag.[9]

[5] W miejscu gdzie należało wpisać $2t$ student miał zamiar wpisać $\sqrt{x}$.
[6] jednak poprawnie!
[7] Tu jest przykład zadania mającego wiele postaci wyniku. Ten sam problem jest w zbiorach zadań.
[8] Całkowanie funkcji trygonometrycznych
[9] Całkowanie funkcji niewymiernych

6) Nic nie zmieniać[10]

7) Ten dział doskonale mi pomógł utrwalić wiedzę z równań różniczkowych, ponadto robi to w sposób przyjemny.

6. Wnioski

Platforma ForMath istnieje od około 13 lat. Dzięki oparciu jej architektury na czystym języku JavaScript system oparł się zmianom w bibliotekach oraz frameworkach służących do budowy stron WWW. Niemniej należy odświeżyć wygląd aplikacji, lepiej dostosować do smartfonów lub tabletów. W pierwszej kolejności należy unowocześnić moduł rejestracji i logowania.

Na Platformie ForMath brakuje również tematów z algebry, w tym liczb zespolonych, geometrii analitycznej, logiki itp. Na platformie jest skromny dział testów, lecz można by sprawdzić, czy język platformy fm nie pozwala na ich ciekawsze realizacje. Ewentualnie można by rozszerzyć język o nowe elementy.

Innym zakresem, który nie był w początkowym planie, jest więcej informacji zwrotnej. Co prawda jest już moduł oceny zadań i działów, ale mała jest liczba komentarzy. Ponadto brak jest możliwości monitorowania aktywności studentów przez wykładowców, nawet anonimowo. Innym ambitnym pomysłem jest dokładniejsza rejestracja pracy studenta (może przeciętnego lub anonimowego) nad zadaniem, co pozwoliłoby na wykorzystanie zgromadzonych danych w procesie dydaktycznym.

Podkreślmy jednak, że możliwość zmian jest ograniczona przez prawa własności platformy oraz finansowanie zmian, a w szczególności zmian i poprawek w module dla niedowidzących.

Na wykresach prezentowanych w opracowaniu widać, że pandemia była szczytowym okresem istnienia ForMath, była duża potrzeba takich narzędzi. Odwrócenie trendu wymagałoby po pierwsze realizacji powyższych postulowanych działań modernizacyjnych. Po drugie należy szerzej rozpropagować platformę wśród pracowników i studentów, do czego, jak mam nadzieję, przyczyni się ten artykuł.

Uwaga końcowa

Wszystkie zanonimizowane dane znajdują się w posiadaniu autora.

Podziękowania

Autor pragnie podziękować recenzentowi za trud włożony w recenzje oraz redaktorowi za poprawę licznych błędów redakcyjnych.

Literatura

1. P. Brzoza, E. Łobos, J. Macura, B. Sikora, M. Żabka, *ForMath intelligent tutoring system in mathematics*, w 4th International Conference on Computer Supported Education : CSEDU 2012, Porto, Portugal, 16-18 April, 2012, s. 60–61.
2. P. Brzoza, M. Maćkowski, *Intelligent tutoring math platform accessible for visually impaired people. Computers helping people with special needs.* ICCHP 2014, 14th International Conference, Paris,

[10]Ekstrema funkcji wielu zmiennych

France, July 9-11, 2014. Proceedings. Pt 1. Eds. Klaus Miesenberger [et al.]. Cham: Springer, 2014, s. 519–524.

3. A. Lawall, *Fingerprinting and Tracing Shadows: The Development and Impact of Browser Fingerprinting on Digital Privacy*, arXiv:2411.12045v1 [cs.CR] 18 Nov 2024
4. M. Żabka, *Using LATEX for developing the educational platform ForMath*, w XXIII Międzynarodowa Konferencja Użytkowników Systemu TEX : BachoTEX 2016, Bachotek, Polska, 29 kwietnia - 3 maja 2016. T. Przechlewski, K. Berry, B. Jackowski, i J. Ludwichowski, Red., Gdańsk: Polska Grupa Użytkowników Systemu TEX, GUST, 2016, s. 57–61.